Universidad Diego Portales
Facultad de Ingeniería

Manual de Maple para primer año de Cálculo

Mauricio Hidalgo B.

Introducción

Basándome en la experiencia adquirida durante mi primer año en la carrera de Ingeniería civil, en la gran influencia que tiene hoy día el desarrollo de herramientas que faciliten nuestro trabajo como estudiantes y en la importancia que posee el aprendizaje de estas llegue a la determinación de crear, o mas bien “compactar”, un manual que explique en forma simple gran parte de lo que el estudiante requiere para el manejo básico de Maple durante su primer año de ingeniería.

En si, este texto consta de una recopilación de comandos y ejemplos que facilitan el aprendizaje del software con el objetivo único de entregar al estudiante todas las facilidades posibles para que cuente con una excelente herramienta de estudio durante el comienzo de su vida universitaria.

Además, este texto fue dividido en capítulos que corresponden a las materias en las cuales se desenvuelve el Cálculo, siguiendo un orden progresivo, con la intención de que el estudiante logre captar en forma paralela a los conocimientos adquiridos durante las cátedras aquellos comandos que le permitirán un mayor manejo de las materias al captar una nueva forma de aprendizaje.

Capitulo 1: Comandos básicos

X + Y;	Suma X e Y
X – Y;	Resta X e Y
X * Y;	Multiplica X e Y
X / Y;	Divide X por Y
X ^ Y;	X elevado a Y
X < Y;	X menor que Y
X!;	X factorial
Ln(x);	Logaritmo natural de x
log[a](x);	Logaritmo en base a de x
cos(x);	Coseno de x
sen(x);	Seno de x
tan(x);	Tangente de x
sec(x);	Secante de x
csc(x);	Cosecante de x
cot(x);	Cotangente de x
arccos(x);	Arcocoseno de x
arcsin(x);	Arcoseno de x
arctan(x);	Arcotangente de x
arcsec(x);	Arcosecante de x
arccsc(x);	Arcocosecante de x
arccot(x);	Arcocotangente de x
sqrt(x);	Raíz cuadrada de x
root(x,a);	Raíz a de x
abs(x);	Valor absoluto de x
f:=(expresión);	Asigna a f la expresión escrita
f = 'f';	Elimina la asignación que tenia f
evalf(expresión);	Evalúa una expresión usando decimales
value(expresión);	Evalúa una expresión usando racionales
asume(x>0);	Asume que x es mayor a cero
simplify(expresión);	Reduce una expresión
factor(expresión);	Factoriza una expresión
expand(expresión);	Desarrolla una expresión en forma algebraica
chanchevar(x=y,f);	Cambia a x por y en f (requiere abrir la librería "student")
subs(x=y,f);	Sustituye x por y en f
solve(f(x)=y,x);	Resuelve simbólicamente en x la ecuación f(x)=y
fsolve(f(x)=y,x);	Resuelve numéricamente en x la ecuación f(x)=y
exp(x);	E elevado a x (función exponencial)
I;	Complejo i
Pi;	π
restart;	Elimina los parámetros anteriores y deja libre todas las asignaciones antes dadas para poder empezar un nuevo procedimiento

Esta lista de comando básicos serán, en gran medida, los utilizados durante el desarrollo de muchas actividades en los cursos de Cálculo; sin embargo, espero aclarar bien el uso de algunos de estos comandos en el siguiente ejemplo:

Ejemplo 1

Resolver la inecuación $7x+3>(x-2)/(x^2-4)$

```
> restart;
> F:=7*x+3>(x-2)/(x^2-4);
```

$$F := \frac{x-2}{x^2-4} < 7\,x+3$$

```
> expand(F);
```

$$\frac{x}{x^2-4} - \frac{2}{x^2-4} < 7\,x+3$$

```
> simplify(F);
```

$$\frac{1}{x+2} < 7\,x+3$$

```
> solve(F);
```

$$\mathrm{RealRange}\left(\mathrm{Open}\left(-\frac{17}{14}-\frac{\sqrt{149}}{14}\right), \mathrm{Open}(-2)\right), \mathrm{RealRange}\left(\mathrm{Open}\left(-\frac{17}{14}+\frac{\sqrt{149}}{14}\right), \infty\right)$$

Aunque se utilizaron pasos de más, se pudo ejemplificar como se asigna una inecuación, como se puede "separar" una fracción, como puede simplificarse una expresión y como se entrega un resultado que, para casos como este, viene dado por un intervalo o, para otros casos, por valores o expresiones algebraicas.

Capitulo 2: Gráficas

- **Parte 2.1, gráficas simples**

En general en esta parte del capitulo aplicaremos el uso de una las “librerías” más utilizadas que ofrece Maple que es la de gráficas: “plots”.

Al ser abierta la librería plots habilita el trabajo con gráficos de funciones, ecuaciones, inecuaciones, etc. La forma de abrirla es la siguiente:

```
> with(plots);
Warning, the name changecoords has been redefined
```

[*animate*, *animate3d*, *animatecurve*, *arrow*, *changecoords*, *complexplot*, *complexplot3d*, *conformal*, *conformal3d*, *contourplot*, *contourplot3d*, *coordplot*, *coordplot3d*, *cylinderplot*, *densityplot*, *display*, *display3d*, *fieldplot*, *fieldplot3d*, *gradplot*, *gradplot3d*, *graphplot3d*, *implicitplot*, *implicitplot3d*, *inequal*, *interactive*, *listcontplot*, *listcontplot3d*, *listdensityplot*, *listplot*, *listplot3d*, *loglogplot*, *logplot*, *matrixplot*, *odeplot*, *pareto*, *plotcompare*, *pointplot*, *pointplot3d*, *polarplot*, *polygonplot*, *polygonplot3d*, *polyhedra_supported*, *polyhedraplot*, *replot*, *rootlocus*, *semilogplot*, *setoptions*, *setoptions3d*, *spacecurve*, *sparsematrixplot*, *sphereplot*, *surfdata*, *textplot*, *textplot3d*, *tubeplot*]

En el caso en que se desee evitar ver todas las graficas posibles de utilizar, solo debe cambiarse el punto y coma final por dos puntos como se muestra a continuación:

```
> with(plots):
```

Ahora bien, la forma de mas “eficaz” de graficar una función, ya abierta la librería “plots”, es la siguente:

plot(expresión, x=a..b);

En este comando a y b son los valores entre los cuales se va a representar la gráfica.

Es recomendable tener la función definida con anterioridad para evitar cualquier error u omisión en los datos del la gráfica. En el Ejemplo 2 mostraremos como graficar la función.

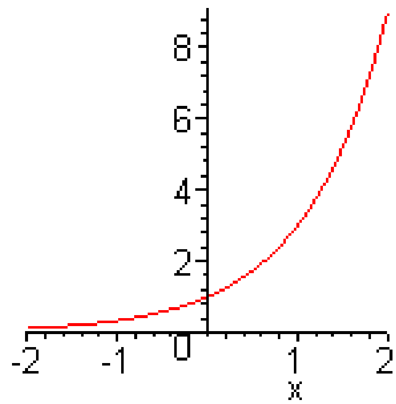
Ejemplo 2

Muestre la grafica de la función f(x)=3^x en el intervalo [-2 , 2]

```
> restart;
> with(plots):
Warning, the name changecoords has been redefined

> f:=3^x;
```

$$f := 3^x$$

```
> plot(f,x=-2..2);
```



- **Parte 2.2. Eliminación de asíntotas**

Como sabemos, una asíntota es una línea recta que se acerca indefinidamente a una recta o curva sin tocarla nunca. En Maple las asíntotas pueden ser eliminadas del gráfico agregando la instrucción “discont=true” al comando “plot” de la siguiente forma:

plot(expresión, x=a..b, discont=true);

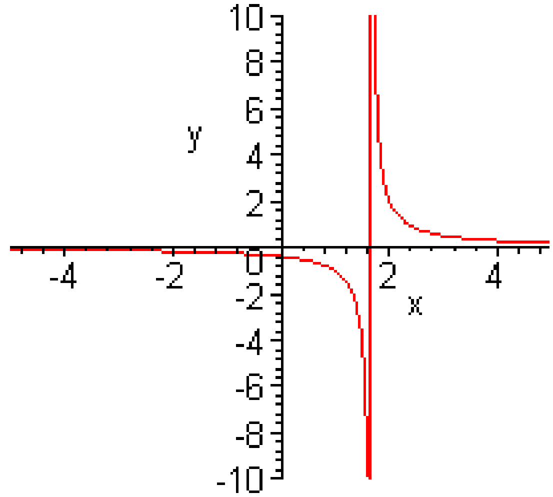
Ejemplo 3

Realice la gráfica de la función f(x) = 2/(3x-5) con x en el intervalo [-5,5] e y en el intervalo [-10,10]

```
> restart;
> f:=2/(3*x-5);
```

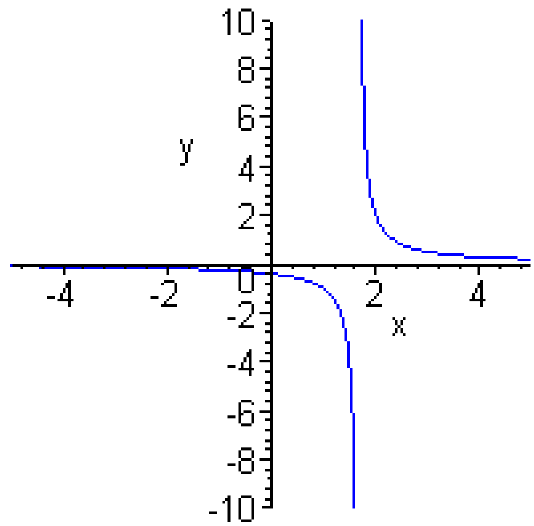
$$f := \frac{2}{3\,x-5}$$

```
> plot(f,x=-5..5,y=-10..10);
```



(Gráfico con asíntota)

```
> plot(f,x=-5..5,y=-10..10,discont=true,color=blue);
```



(Gráfico sin asíntota)

- **Parte 2.3, intersección de gráficas**

Es muy común en los problemas de Cálculo el tener que representar la intersección de dos funciones y la forma de hacerlo en Maple es la siguiente:

- Asignar las funciones
- Asignar los gráficos de las funciones terminando su asignación con dos puntos y **no** con punto y coma.
- Utilizar el comando "concatenador" de Maple:

display([graf1,graf2]);

```
> with(plots);
Warning, the name changecoords has been redefined
```

[*animate*, *animate3d*, *animatecurve*, *arrow*, *changecoords*, *complexplot*, *complexplot3d*, *conformal*, *conformal3d*, *contourplot*, *contourplot3d*, *coordplot*, *coordplot3d*, *cylinderplot*, *densityplot*, *display*, *display3d*, *fieldplot*, *fieldplot3d*, *gradplot*, *gradplot3d*, *graphplot3d*, *implicitplot*, *implicitplot3d*, *inequal*, *interactive*, *listcontplot*, *listcontplot3d*, *listdensityplot*, *listplot*, *listplot3d*, *loglogplot*, *logplot*, *matrixplot*, *odeplot*, *pareto*, *plotcompare*, *pointplot*, *pointplot3d*, *polarplot*, *polygonplot*, *polygonplot3d*, *polyhedra_supported*, *polyhedraplot*, *replot*, *rootlocus*, *semilogplot*, *setoptions*, *setoptions3d*, *spacecurve*, *sparsematrixplot*, *sphereplot*, *surfdata*, *textplot*, *textplot3d*, *tubeplot*]

En el siguiente ejemplo se muestra en forma clara el procedimiento antes descrito.

Ejemplo 4

Muestre en una grafica de se vea la intersección de las funciones e^x y $e^{(-x)}$ en el intervalo [-3 , 3]

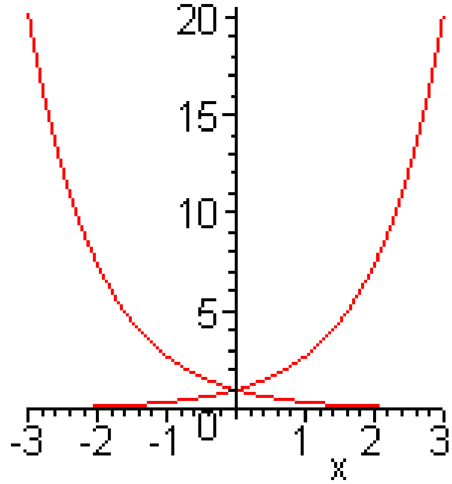
```
> restart;
> with(plots):
Warning, the name changecoords has been redefined

> f1:=exp(x);
```

$$f1 := e^x$$

```
> f2:=exp(-x);
```

$$f2 := \mathbf{e}^{(-x)}$$

```
> graf1:=plot(f1,x=-3..3):
> graf2:=plot(f2,x=-3..3):
> display([graf1,graf2]);
```



- **Parte 2.4, Graficas implícitas**

Conocida por los estudiante es la función implícita $x^2 + y^2 = a^2$ dentro del cálculo la cual representa una circunferencia con centro en el origen del sistema cartesiano y radio a. Sin embargo, el hecho de que posea dos variables impide utilizar el comando recién estudiado pues este (plot) se utiliza para graficas explícitas; sin embrago Maple tiene un comando para gráficas implícitas y es el siguiente:

implicitplot(expresión,x=a..b,y=a..b);

Este comando permite graficar todo tipo de funciones dadas en forma implícita (de allí su nombre). Para aclarar esto, vea l siguiente ejemplo.

Ejemplo 5

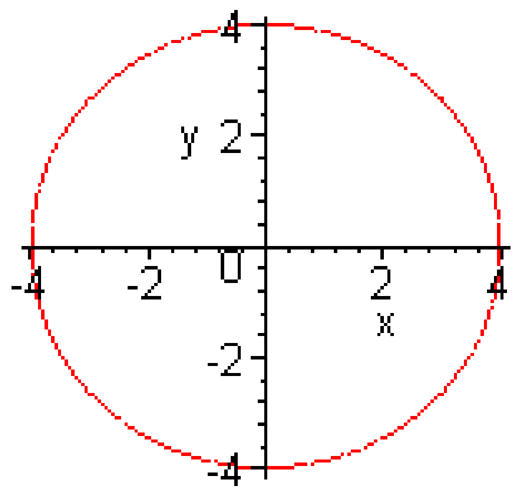
Grafique la función implícita $x^2 + y^2 = 16$.

```
> restart;
> with(plots):
Warning, the name changecoords has been redefined
```

```
> f:=x^2+y^2=16;
```

$$f := x^2 + y^2 = 16$$

```
> implicitplot(f,x=-5..5,y=-5..5);
```



- **Parte 2.5, gráficas polares**

Otro sistema de ejes utilizado por durante el desarrollo de los cursos de Cálculo es el sistema polar. Para graficar funciones polares en Maple el procedimiento es muy similar al de gráficas cartesianas, pero varía en pequeños detalles, los cuales serán marcados en el ejemplo posterior. La forma general de escribir funciones polares es la siguiente:

plot([expresión , variable , variable=a..b], coords=polar);

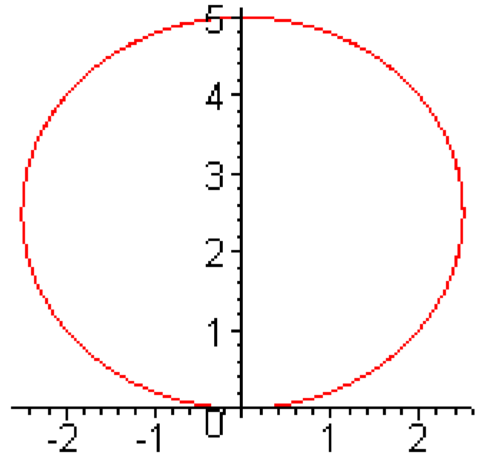
Ejemplo 6

Grafique la función polar R = 5 sen(θ) en el sistema polar.

```
> restart;
> with(student):
> with(plots):
Warning, the name changecoords has been redefined

> R:=5*sin(theta);
```

$$R := 5\sin(\theta)$$

```
> plot([R,theta,theta=0..2*Pi],coords=polar);
```



Nota: Si se desea poner una letra como alfa, delta, teta, etc. en Maple solo se debe escribir su nombre en inglés.

- **Parte 2.6, Gráficos 3D**

Para tener una mejor visión del comportamiento de una función es recomendable hacer un gráfico en 3 dimensiones, sin embargo, es dificultoso y largo hacerlo en forma manual por lo que Maple nos ahorra tiempo y trabajo al tratarse de esto.

La forma de utilizar el comando para crear un gráfico en tres dimensiones es el siguiente:

plot3d(f(x),x =a..b, y =c..d);

En el siguiente ejemplo se aclarará la utilización de este comando.

Ejemplo 7

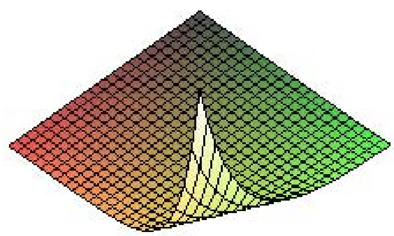
Realice un gráfico en 3 dimensiones de la función $f(x) = e^x$ con x en el intervalo [0, 5] e y en [0, 10]

```
> restart;
```

```
> f:=exp(x+y);
```

$$f := e^{(x+y)}$$

```
> with(plots):
> plot3d(f,x=0..5,y=0..10);
```



Capítulo 3: Sistemas de ecuaciones y función a trozos

- **Parte 3.1 , Sistemas de ecuaciones**

En esta parte mostraremos en forma simple como se asigna a una variable un sistema de ecuaciones en Maple y como se resuelve.

La forma de asignar un sistema de ecuaciones en Maple es la siguiente:

F:=({expresión1 = a, expresión2 = b, ... , expresiónN = c},{incógnitas});

Y la forma de resolverlo es con un "solve" como se muestra en los comandos básicos.

Ejemplo 8

Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{array}{l} 3x + 5y = 20 \\ 2x - 4y = 6 \end{array}$$

```
> restart;
> f:=({3*x+5*y = 20,2*x-4*y=6},{x,y});
```

$$f := \{3\,x + 5\,y = 20,\ 2\,x - 4\,y = 6\},\ \{x, y\}$$

```
> solve(%);
```

$$\{y = 1,\ x = 5\}$$

- **Parte 3.2, Función a trozos**

Es normal dentro de las distintas áreas del Cálculo trabajar con las ya conocidas funciones a trozos las cuales, como ya sabemos, poseen distintos comportamientos según el intervalo donde se esté trabajando. La forma mas simple de mostrar una función a trozos es la siguiente:

piecewise(condición1,expresión1, condición2,expresión2,.. .. ,condiciónN,expresiónN);

Ejemplo 9

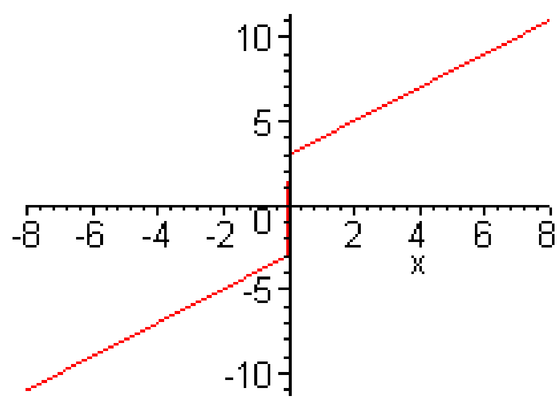
Defina y grafique la función en el intervalo [-8 , 8]:

$$f(x) = \begin{cases} (x - 3) & \text{si } x < 0 \\ 3 & \text{si } x = 0 \\ (x + 3) & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

```
> restart;
> F:=piecewise(x<0,x-3,x=0,3,x>0,x+3);
```

$$F := \begin{cases} x - 3 & x < 0 \\ 3 & x = 0 \\ x + 3 & 0 < x \end{cases}$$

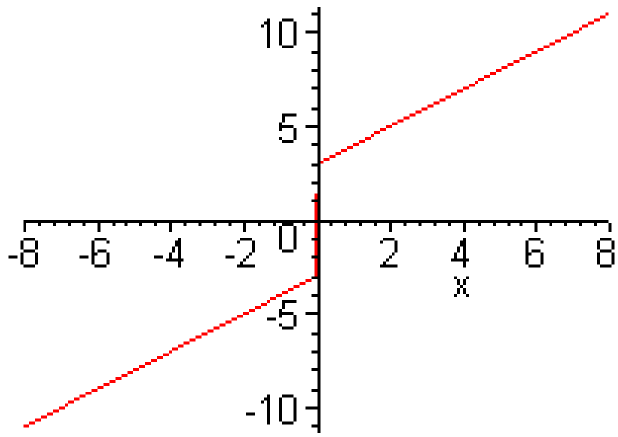
```
> with(plots):
> plot(F,x=-8..8);
```



Sin embargo, podemos ver que esta grafica tiene una pequeña asíntota la cual, puede ser eliminada del gráfico .

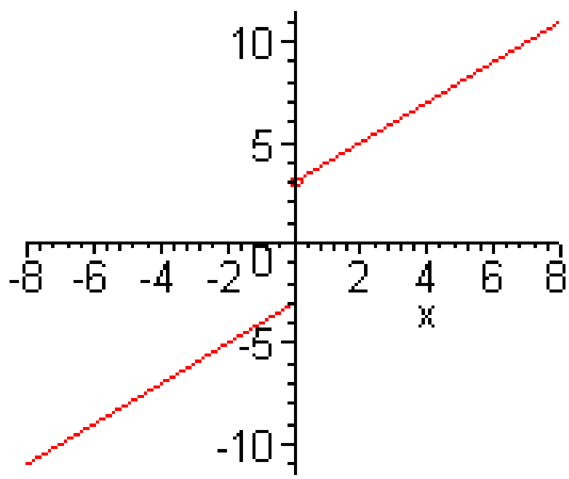
Siguiendo con el ejemplo anterior:

```
> plot(F,x=-8..8);
```



(Grafico con asíntota)

```
> plot(F, x=-8..8,discont=true);
```



(Grafico sin asíntota)

Capitulo 4: Limites y derivadas

- **Parte 4.1, Límites**

Entenderemos por limite como el valor próximo a una función cuando una de sus variables es próxima a cierto valor, es decir:

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = L$$

En si, la forma en que Maple expresa los límites es muy simple al igual que el comando utilizado tanto para ver el limite que se desea buscar como el del cálculo de este. Para esta parte del capítulo utilizaremos un solo comando que difiere, al igual que muchos otros que veremos posteriormente, en la primera letra:

1) Limit(f,x=a);

Este comando imprime el limite es decir, muestra de la siguiente forma:

$$\lim_{x \to x_0} f(x)$$

2) limit(f,x=a);

Este comando nos imprime a cuanto tiende el límite, o sea, el valor de L.

Ejemplo 10

Determine el límite de la función $f(x) = (x^2 - 4x + 4)/(x-2)$ cuando x tiende a 2.

```
> restart;
> f:=(x^2-4*x+4)/(x-2);
```

$$f := \frac{x^2 - 4\,x + 4}{x - 2}$$

En este caso, como se puede apreciar, hay una discontinuidad en la función original, pero como es reparable por simplificación, hacemos este paso con el comando “simplify” y luego trabajamos con la función equivalente.

```
> F:=simplify(f);
```

$$F := x - 2$$

```
> Limit(F,x=2);
```

$$\lim_{x \to 2} x - 2$$

```
> limit(F,x=2);
```

$$0$$

- **Parte 4.2, La derivada**

Como sabemos, la derivada de una función se expresa:

f(x) d/dx = F(x)

En si, existen 2 comandos para derivar en Maple, pero solo uno nos permite ver la derivada antes de calcular su valor y es la función “Diff”. El comando general para esta es el siguiente:

1) Diff(expresión, variable$orden);

Este nos muestra la derivada que deseamos determinar de la forma:

f(x) d/dx

2) diff(expresión, variable$orden);

Este nos muestra el valor de la derivada, o sea:

F(x)

- **<u>Nota:</u>** Después del símbolo $ va el orden de la derivada que, en el caso de ser 1, se omiten tanto el símbolo $ como el orden.

Por otra parte, el segundo comando nos evita el poner la variable que se desea integrar ya que el programa identifica cual es la variable que se desea derivar. Este comando es “D” y se utiliza de la siguiente manera:

D(expresión);

Este comando nos entrega el valor de la derivada, pero no siempre lo calcula.

Ejemplo 11

Exprese y calcule la derivada de la función f(x) = ln(x)

```
> restart;
> f:=ln(x);
```

$$f := \ln(x)$$

```
> Diff(f,x);
```

$$\frac{d}{dx}\ln(x)$$

```
> diff(f,x);
```

$$\frac{1}{x}$$

```
> D(f);
```

$$\mathrm{D}(\ln(x))$$

Como podemos observar en el ejemplo, la primera forma pudo expresar y calcular el valor de la derivada, pero la segunda solo nos expresó la función por lo que recomiendo utilizar la primera sintaxis que, aunque es un poco mas larga, es mas eficaz.

- **Parte 4.3, gráfico de la recta tangente a una función**

Como bien sabemos, al obtener la derivada de un función evaluada en un punto lo que buscamos, que además es la solución de uno de los cuatro problemas sobre los cuales se desarrollo el Cálculo , es la ecuación de la recta tangente a la función original.

En Maple existe el comando “showtangent” el cual nos permite, al conocer un punto de tangencia, el graficar una función y la recta tangente a ella; sin embargo, este comando no está disponible a menos que esté abierta la librería “student”. Este comando se utiliza de la siguiente manera:

1) Se abre la librería “student”, lo que se hace de forma similar a la librería “plots”.

```
> restart;
> with(student);
```

[D, *Diff*, *Doubleint*, *Int*, *Limit*, *Lineint*, *Product*, *Sum*, *Tripleint*, *changevar*, *completesquare*, *distance*, *equate*, *integrand*, *intercept*, *intparts*, *leftbox*, *leftsum*, *makeproc*, *middlebox*, *middlesum*, *midpoint*, *powsubs*, *rightbox*, *rightsum*, *showtangent*, *simpson*, *slope*, *summand*, *trapezoid*]

2) Se utiliza el comando de la siguiente forma:

showtangent(expresión,x=c,a..b);

Donde “c” es el punto de tangencia.

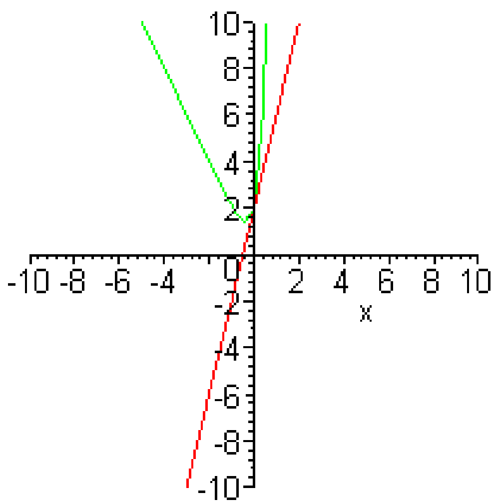
Ejemplo 12

Muestre el gráfico de la recta tangente en x = 0 a la curva de ecuación $f(x) = 2e^{(3x)} - \ln(e^{(2x)})$

```
> restart;
> with(student):
> f:=(2*exp(3*x)-ln(exp(2*x)));
```

$$f := 2\,\mathbf{e}^{(3\,x)} - \ln(\mathbf{e}^{(2\,x)})$$

```
> showtangent(f,x=0,-10..10);
```



Capítulo 5: La Integral

- **Parte 5.1, La integral indefinida**

Cuando calculamos la integral indefinida en Maple el programa nos mostrará siempre la “primitiva” de la función eliminando cualquier constante que pudiese surgir. Esto ocurre, simplemente, porque utiliza el proceso análogo al de la integral definida par a calcular.
Como bien sabemos, la integral tiene la forma:

$$\int f(x)\, dx = F(x)$$

El comando para la integral, al igual que para los límites y las derivadas, puede escribirse con mayúscula o minúscula lo que incidirá en lo que imprime el programa.

Int(expresión, variable);

Este comando nos imprime:

$$\int f(x)\, dx$$

int(expresión, variable);

Este nos imprime:

$$F(x)$$

Ejemplo 15

Exprese y calcule la integral de la función $f(x) = \cos(\theta)/\text{sen}^3(\theta)$

```
> restart;
> f:=cos(theta)/(sin(theta))^3;
```

$$f := \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta)^3}$$

```
> Int(f,theta);
```

$$\int \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta)^3}\, d\theta$$

```
> int(f,theta);
```

$$-\frac{1}{2}\frac{1}{\sin(\theta)^2}$$

Como podemos apreciar, Maple hace las sustituciones en forma automática, pero si se desea trabajar paso por paso es recomendable hacerlo basándose en asignaciones y cambios de variables.

- **Parte 5.2, Integral por partes ("La vaca")**

En esta parte, es recomendable el invocar otra de las librerías de Maple que es la de estudiante o "student". La razón es muy simple y es que nos permite el trabajar funciones que nos tiene definida el programa dentro de su librería básica. En este caso es el comando "intparts" que se utiliza de la siguiente manera:

- Se abre la librería "student".

```
> restart;
> with(student);
```

[D, *Diff*, *Doubleint*, *Int*, *Limit*, *Lineint*, *Product*, *Sum*, *Tripleint*, *changevar*, *completesquare*, *distance*, *equate*, *integrand*, *intercept*, *intparts*, *leftbox*, *leftsum*, *makeproc*, *middlebox*, *middlesum*, *midpoint*, *powsubs*, *rightbox*, *rightsum*, *showtangent*, *simpson*, *slope*, *summand*, *trapezoid*]

- Se utiliza el comando de la siguiente forma:

intparts(expresión, u);

Es importante el trabajar con la librería abierta pues no habrá resultado si no esta activa. Para demostrarlo, observe el ejemplo a continuación.

Ejemplo 14

Separe por partes la integral de la función f(x) = e^x Sen(x)

```
> restart;
> f:=exp(x)*sin(x);
```

$$f := e^x \sin(x)$$

```
> F:=Int(f,x);
```

$$F := \int e^x \sin(x)\, dx$$

```
> intparts(F,sin(x));
```

$$\text{intparts}\left(\int e^x \sin(x)\, dx, \sin(x)\right)$$

Como puede observar, el programa no responderá si la librería no está abierta aunque haya escrito bien el comando. De ahora en adelante, le recomiendo mantener abierta la librería "student" paa evitar cualquier falla en sus trabajos.

Ahora, verá como se trabaja con la librería abierta:

```
> restart;
> f:=exp(x)*sin(x);
```

$$f := e^x \sin(x)$$

```
> F:=Int(f,x);
```

$$F := \int e^x \sin(x)\, dx$$

```
> with(student):
> intparts(F,sin(x));
```

$$e^x \sin(x) - \int \cos(x)\, e^x\, dx$$

Note que el simple hecho de abrir o no una librería en Maple puede ahorrarle varios problemas de cálculo.

- **Parte 5.3, La integral definida**

Como ya habíamos anticipado, Maple trabaja con las primitivas de las funciones al integrar lo que facilita el cálculo de integrales definidas. En si, el comando es muy similar al de la integral indefinida puesto que solo difiere en que se agregan los límites de integración.

Int(expresión, variable = a..b);
int(expresión, variable = a..b);

En el siguiente ejemplo se mostrará como se trabaja con las integrales definidas en Maple.

Ejemplo 15

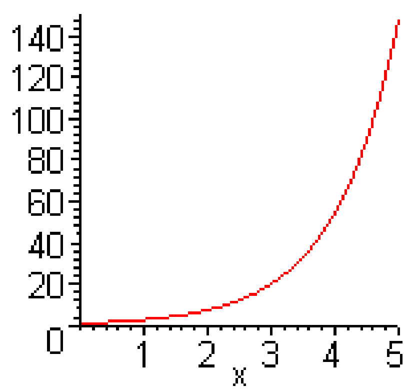
Grafique la curva de la función f(x) = e^x con desde x = 0 hasta x = 5 y determine el valor del área bajo la curva.

```
> restart;
> with(student):
> with(plots):
Warning, the name changecoords has been redefined
```

```
> f:=exp(x);
```

$$f := e^x$$

```
> plot(f,x=0..5);
```




```
> A:=Int(f,x=0..5);
```

$$A := \int_0^5 e^x \, dx$$

```
> value(A);
```

$$e^5 - 1$$

Debemos recordar que la integral definida representa el área de una determinada región por lo cual, se recomienda, graficar la función para darse una idea de que se pretende buscar.

- **Parte 5.4, La integral Impropia.**

Como sabemos, una integral impropia es aquella en que uno o ambos de sus límites tienden a infinito ya sea positiva o negativamente o cuando uno de sus límites indetermina la función. El comando utilizado es el mismo que para la integral definida y Maple se encarga de todas las aproximaciones por límites para hacer el cálculo correspondiente y entregar el resultado de la integral. Sin embargo, la integral impropia tiene la característica de ser convergente o divergente, pero se aclarará que sucede en cada caso en los siguientes dos ejemplos.

Ejemplo 16

Determine, si existe, el valor al cual converge la integral de la función f(x) = $1/x^2$ en el intervalo [1, ∞]

```
> restart;
> f:=1/x^2;
```

$$f := \frac{1}{x^2}$$

```
> Int(f,x=1..infinity);
```

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2}\, dx$$

```
> int(f,x=1..infinity);
```

$$1$$

Ejemplo 17

Determine, si existe, el valor al cual converge la integral de la función f(x) = x^2 en el intervalo [1, ∞]

```
> restart;
> f:=x^2;
```

$$f := x^2$$

```
> Int(f,x=1..infinity);
```

$$\int_{1}^{\infty} x^2 \, dx$$

```
> int(f,x=1..infinity);
```

$$\infty$$

En este caso la integral diverge, puesto que su valor se aproxima al infinito y es por ello que Maple nos entrega este valor como resultado.

Capítulo 6: Sucesiones, Sumatorias y Series

- **Parte 6.1, Sucesiones**

Como sabemos, una sucesión es un conjunto de números reales ordenados hasta un cierto valor. En Maple, el representar una sucesión se da por el comando "seq" el cual nos permite ver los términos que componen dicha sucesión según la función que la determina. Además, como se trata de un conjunto de números en secuencia, es posible graficar una sucesión en Maple.

Ejemplo 18

Considere la sucesón $A_n = e^n$. Encuentre los 5 primeros términos y grafíquela.

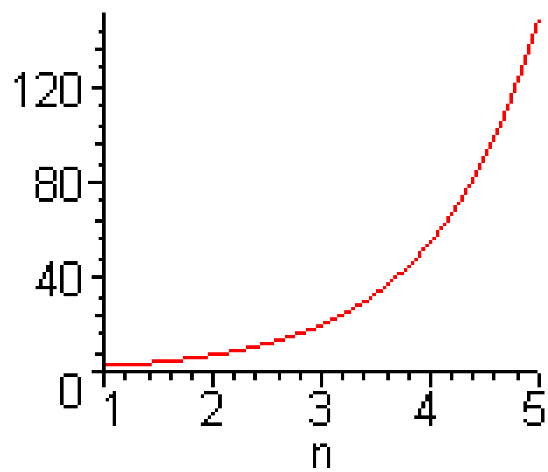
```
> restart;
> f:=exp(n);
```

$$f := e^n$$

```
> seq(f,n=1..5);
```

$$e, e^2, e^3, e^4, e^5$$

```
> plot(f,n=1..5);
```



- **Parte 6.2, Cálculo de Sumatorias y valores de convergencia de series**

En si, debemos recordar, como se dijo anteriormente, que una sucesión es, tal como su nombre dice, un conjunto de números reales ordenados, cuando este orden se hace en forma infinita estamos frente a una Serie. En si, el comando de Maple para determinar la convergencia de las Series es el mismo utilizados para determinar el valor de una sumatoria pues debemos recordar que a cada serie es posible asociarle una sucesión de sumas parciales lo cual nos permite determinar el valor al cual converge una serie basándose en las propiedades de las sumatorias. El comando general de las sumatorias y las series es el mismos, pero la diferencia se notará a continuación:

```
> restart;
> f:=1/n!;
```

$$f := \frac{1}{n!}$$

1) Sumatoria

```
> Sum(f,n=1..b);
```

$$\sum_{n=1}^{b} \frac{1}{n!}$$

2) Serie

```
> Sum(f,n=1..infinity);
```

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$$

Como podemos observar, también existe la diferencia en la primera letra del comando "Sum" la cual permite expresar o calcular según sea el caso. En los siguientes ejemplos veremos como utilizar bien este comando y que sucede con series divergentes.

Ejemplo 19

Exprese y determine el valor de la sumatoria de la función $f(x) = 5^x/(x+1)!$ Desde x = 1 hasta x = 10

```
> restart;
> f:=5^x/(x+1)!;
```

$$f := \frac{5^x}{(x+1)!}$$

```
> Sum(f,x=1..10);
```

$$\sum_{x=1}^{10} \frac{5^x}{(x+1)!}$$

```
> sum(f,x=1..10);
```

$$\frac{11304745}{399168}$$

Ejemplo 20

Exprese la serie de la función $f(x) = e^x/x^3$ desde x = 1 y determine, si existe, el valor al cual converge.

```
> restart;
> f:=exp(x)/x^3;
```

$$f := \frac{e^x}{x^3}$$

```
> Sum(f,x=1..infinity);
```

$$\sum_{x=1}^{\infty} \frac{e^x}{x^3}$$

```
> sum(f,x=1..infinity);
```

$$\infty$$

Como podemos apreciar, en el caso de esta serie su valor diverge por lo cual Maple nos entrega el símbolo infinito como el valor hacia el cual se aproxima esta serie.

Capitulo 7: Solución general de ecuaciones diferenciales

Como sabemos, una ecuación diferencial establece una relación entre una variable independiente (generalmente "x"), una función desconocida f(x), la cual actúa como "incógnita" de la ecuación, y sus derivadas. Además sabemos que el orden de una ecuación diferencial está dado por la derivada de mayor orden que contenga la ecuación y que la solución general de esta tendrá tantos parámetros como orden tenga la ecuación. Todos estos factores deben ser considerados para utilizar el comando "dsolve" en Maple el cual nos permite obtener la solución general de una ecuación diferencial en términos de la variable independiente y de la constante. La forma de utilizar este comando es la siguiente:

1) Se debe definir la ecuación que se desea resolver tomando en cuenta lo siguiente:

- Se deben definir las "y" como y(x)
- Los diferenciales deben estar dividiéndose de la siguiente manera:

  - diff(y(x),x$orden) Este comando representa a (dy/dx) donde después del símbolo $ va el orden del diferencial que, en el caso de ser 1, se omiten tanto el símbolo $ como el orden.

2) Se aplica el comando "dsolve" para resolver la ecuación de la siguiente manera:

dsolve(ecuación);

A continuación, para aclarar el uso de este comando, se muestran 2 ejemplos de ecuaciones diferenciales. El primero será una ecuación de primer orden y el segundo una de segundo orden.

Ejemplo 21

Resuelva la ecuación diferencial $(x^2+1)dy/dx + 3xy = 6x$

```
> restart;
> f:=(x^2+1)*diff(y(x),x)+3*x*y(x)=6*x;
```

$$f := (x^2+1)\left(\frac{d}{dx}\,y(x)\right) + 3\,x\,y(x) = 6\,x$$

```
> dsolve(f);
```

$$y(x) = 2 + \frac{\_C1}{(x^2+1)^{(3/2)}}$$

Ejemplo 22

Resuelva la ecuación diferencial $d^2y/dx^2 + y = 0$

```
> restart;
> f:=diff(y(x),x$2)+y(x)=0;
```

$$f := \left(\frac{d^2}{dx^2}\,y(x)\right) + y(x) = 0$$

```
> dsolve(f);
```

$$y(x) = \_C1\,\sin(x) + \_C2\,\cos(x)$$

<u>Indice</u>